

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ И ПРОЦЕССОВ

УДК 656.073

DOI 10.46973/0201-727X_2025_3_138

*Д. И. Кочнева, А. В. Сметанина***ОПТИМИЗАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КОНТЕЙНЕРНЫХ ПОТОКОВ В ТЕРМИНАЛЬНОЙ СЕТИ С УЧЕТОМ МАРШРУТНОЙ КОНСОЛИДАЦИИ**

Аннотация. Статья продолжает исследования авторов, фокусируясь на оптимизации распределения контейнерных потоков в железнодорожной терминальной сети с учетом организации маршрутных поездов. Существующая модель линейного программирования модифицируется путем включения фактора экономии от масштаба при формировании составов, что преобразует ее в задачу смешанного целочисленного программирования и значительно повышает вычислительную сложность. Для решения этой NP-трудной проблемы предлагается практический итерационный алгоритм, обеспечивающий баланс между точностью и реализуемостью. Модель позволяет определять оптимальные маршруты, специализацию терминалов, объемы перевозок и проводить сценарный анализ для повышения эффективности системы контейнерных перевозок.

Ключевые слова: контейнерные перевозки, математическая модель, оптимизация потоков, терминальная сеть, маршрутизация поездов, смешанное целочисленное программирование, итеративный алгоритм, логистическая цепь, железнодорожный транспорт.

Для цитирования: Кочнева, Д. И. Оптимизационная модель распределения контейнерных потоков в терминальной сети с учетом маршрутной консолидации / Д. И. Кочнева, А. В. Сметанина // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2025. – № 3. – С. 138–144. – DOI 10.46973/0201-727X_2025_3_138.

Введение

В России железнодорожные контейнерные перевозки демонстрируют стабильный рост, составляющий в среднем 6 % в год, что превышает показатели многих других секторов транспортной логистики. Основное преимущество таких перевозок – интермодальность, позволяющая осуществлять бесперегрузочную передачу контейнеров между различными видами транспорта на протяжении всего маршрута. Благодаря этому свойству контейнеры эффективно интегрируются в мультимодальные логистические схемы с последовательным использованием железнодорожного, морского и автомобильного транспорта.

Центральным элементом контейнерной логистики выступают терминалы, которые служат ключевыми узлами взаимодействия различных транспортных систем и точками консолидации грузопотоков. Современная инфраструктура включает множество терминалов, принадлежащих разным операторам и различающихся технической оснащенностью и пропускной способностью. Параллельно развиваются сервисы ускоренных контейнерных поездов и создаются новые маршруты, связывающие важнейшие экономические центры. Эти факторы формируют новые возможности для проектирования оптимальных логистических цепей, основанных на рациональном использовании существующей терминальной сети и современных транспортных технологий.

В научной литературе широко освещаются вопросы организации терминальных сетей. Отдельные аспекты, такие как моделирование работы терминалов [1–3], размещение инфраструктуры в регионах [4, 5] и оптимизация параметров сети [6, 7], исследуются различными авторами. В работах [8, 9] предлагается интегрированный подход, нацеленный на координацию контейнерных потоков для достижения общесистемного эффекта, а не частной выгоды отдельных участников.

Настоящее исследование является продолжением исследования [9] и направлено на модификацию авторской математической модели оптимального распределения контейнеропотока в терминальной сети с учетом маршрутизации поездов.

Основная часть

В основе модели [9] лежит граф $\vec{G} = (V, E)$. Множество его вершин V представляет собой совокупность всех ключевых точек логистической цепи и включает: V_i – множество пунктов отправления контейнеропотока, V_j – прибытия контейнеропотока, V_k – множество терминалов в регионе отправления контейнеропотока, V_q – в регионе прибытия контейнеропотока. Множество ребер (дуг) графа E мо-

делирует транспортные связи между этими вершинами: $e_{i,k}$ – пути доставки контейнеров от грузоотправителей i на терминалы отправления k ; $e_{q,j}$ – пути вывоза контейнеров с терминалов назначения q к конечным грузополучателям j ; e_{q-k} – пути межтерминальной (магистральной) перевозки между терминалом отправления k и терминалом назначения q .

Оптимальное распределение контейнеропотока в терминальной сети определяется целевой функцией:

$$F(x) = \sum_i \sum_j \sum_k \sum_q x_{ikqj} C_{ikqj} \rightarrow \min, \quad (1)$$

где x_{ijkq} – величина контейнеропотока, которая пройдет из i -го пункта в j -й через контейнерные терминалы k и q ;

C_{ikqj} – стоимость доставки контейнера из пункта i в пункт j через контейнерные терминалы k и q , представляющая сумму удельных затрат C_{ik} , C_{kq} и C_{qj} по участкам полной логистической цепи доставки.

Ограничениями модели являются:

$$\sum_k \sum_q x_{ikqj} = L_{ij}, \quad \forall i, j, \quad (2)$$

$$x_{ikqj} \in \{Z\}, \quad (3)$$

$$x_{ikqj} \geq 0, \quad (4)$$

$$\sum_i \sum_j \sum_q x_{ikqj} \leq G_k, \quad \forall i, j, q, \quad (5)$$

$$\sum_i \sum_j \sum_k x_{ikqj} \leq G_q, \quad \forall i, j, k, \quad (6)$$

где L_{ij} – величина спроса на перевозку контейнеров между i и j за плановый период времени;

G_k и G_q – максимально возможный объем переработки контейнеров терминалом по отправлению и прибытию соответственно.

Условия (3), (4) задают ограничение на целочисленность и неотрицательность переменных x_{ikqj} .

Данная модель является четырехиндексной задачей линейного программирования. Алгоритм решения и его программная реализация на языке Python подробно описаны в работе авторов [9].

Представленная математическая модель предполагает, что транспортные затраты на каждом этапе движения потока линейно зависят от расстояния перевозки (определяемом дислокацией узлов сети) и объема контейнеропотока, направленного по каждому ребру.

Вместе с тем стоимость межтерминальной доставки по железной дороге C_{kq} определяется не только расстоянием, но и технологией организации перевозочного процесса. Железнодорожные контейнерные перевозки могут осуществляться в составе маршрутных контейнерных поездов и сборных грузовых поездов. Маршрутный контейнерный поезд – это поезд, сформированный из вагонов с контейнерами на весь путь следования от начального до конечного пункта (в нашем случае, от терминала k до терминала q) без переработки на сортировочных станциях. Он следует по прямому маршруту, что обеспечивает высокую скорость доставки и применяется для массовых перевозок на большие расстояния, что позволяет получить значительную экономию. Условием отправительской маршрутизации на сети ОАО «РЖД» является длина (или вес) состава не менее установленной величины, как правило, 71 условный вагон, что соответствует около 126 контейнерам в двадцатифутовом эквиваленте (ДФЭ) [10].

Сборный грузовой поезд формируется из вагонов с различными пунктами назначения. На своем пути он подвергается переработке на одной или нескольких сортировочных станциях: к нему прицепляют новые группы вагонов или отцепляют прибывшие на их участок. Это делает доставку более медленной, а стоимость перевозки единицы груза – более высокой.

Учитывая названные аспекты, модифицируем имеющуюся математическую модель с целью повышения ее реалистичности за счет учета ключевого технологического аспекта железнодорожных перевозок – экономии от масштаба при формировании маршрутных поездов.

Введем параметр α – экономия транспортных издержек при организации отправки контейнера в составе маршрутного поезда: $0 < \alpha \leq 1$, тогда формула расчета общей суммы затрат примет вид:

$$C_{ikqj} = C_{ik} + \alpha C_{kq} + C_{qj}. \quad (7)$$

Пусть S – нормативная длина полносоставного контейнерного маршрута, ДФЭ. Параметр α принимает значение меньше единицы при условии поступления на k -й терминал величины контейнеропотока в объеме S за установленный период времени для формирования поезда, в противном случае контейнер отправляется в составе сборного грузового поезда, экономия отсутствует, то есть:

$$\alpha = \begin{cases} 0 < \alpha < 1, \text{ при } \sum_i \sum_j x_{ikqj} \geq S, \\ \alpha = 1, \text{ при } \sum_i \sum_j x_{ikqj} < S. \end{cases} \quad (8)$$

Ввод данного условия позволяет консолидировать поток одного направления в конкретной точке, что подразумевает специализацию контейнерного терминала по организуемым маршрутам.

Целевая функция задачи примет вид:

$$F(x) = \sum_i \sum_j \sum_k \sum_q x_{ikqj} (C_{ik} + \alpha C_{kq} + C_{qj}) \rightarrow \min. \quad (9)$$

В таком виде модель перестает считать стоимость магистральной перевозки линейной функцией и вводит пороговый эффект, что кардинально меняет ее свойства и методы решения.

Однако формула (8) является теоретическим упрощением. На практике если поток, поступающий на k -й терминал в адрес терминала q , превышает величину S , то S контейнеров будет отправлено в составе маршрутного поезда, а остаток – в составе сборного. Также справедливо, что за установленный промежуток времени терминал может отправить не один, а несколько контейнерных поездов. То есть функция затрат на магистральные железнодорожные перевозки приобретает кусочно-линейный вид.

Учитывая это, введем дополнительные переменные:

Y_{kq} – целочисленная переменная, количество полносоставных маршрутных поездов, сформированных для перевозки контейнеров с терминала k на терминал q ;

h_{kq} – переменная, представляющая объем контейнеропотока, перевозимого в составе сборных (немаршрутизированных) поездов на участке $k \rightarrow q$.

Тогда суммарный поток на магистральном участке $k \rightarrow q$ будет равен сумме контейнеропотока, перевезенного маршрутными и сборными поездами:

$$\sum_i \sum_j x_{ikqj} = S \cdot Y_{kq} + h_{kq}, \quad (10)$$

отсюда:

$$h_{kq} = \sum_i \sum_j x_{ikqj} - S \cdot Y_{kq}, \quad (11)$$

при условии:

$$0 \leq h_{kq} < S. \quad (12)$$

Затраты на магистральную перевозку на участке $k \rightarrow q$ теперь будут складываться из двух компонентов:

1) затраты на перевозку Y_{kq} маршрутных поездов:

$$C_{kq}(Y) = Y_{kq} \cdot (\alpha \cdot C_{kq} \cdot S), \quad (13)$$

где αC_{kq} – стоимость перевозки одного контейнера в составе маршрутного поезда;

2) затраты на перевозку потока h_{kq} в составе сборной отправки:

$$C_{kq}(h) = h_{kq} \cdot C_{kq}. \quad (14)$$

При вводе этих условий итоговая формула транспортных издержек для одного контейнера, следящего по пути $i \rightarrow k \rightarrow q \rightarrow j$, становится нелинейной и неявной. Общие затраты на участке $k \rightarrow q$ определяются всем агрегированным потоком, а не отдельным контейнером. Поэтому целевую функцию запишем через суммарные затраты на каждом ребре.

Модификация целевой функции (9) с учетом маршрутной консолидации и подсчетом числа контейнерных поездов примет вид:

$$\begin{aligned}
 F(x) = & \sum_i \sum_k x_{ikqj} \cdot C_{ik} + \sum_k \sum_q (\alpha C_{kq} Y_{kq} S + \\
 & + C_{kq} (\sum_i \sum_j x_{ikqj} - S \cdot Y_{kq})) + \\
 & + \sum_q \sum_j x_{ikqj} \cdot C_{qj}
 \end{aligned} \tag{15}$$

Ограничения модели (2)–(6) остаются в силе, но дополняются уравнением (11) для каждой пары терминалов (k, q) .

Введение в целевую функцию целочисленной переменной Y_{kq} для учета разной технологии организации поездов трансформирует линейную модель (ЛП) в модель смешанного целочисленного программирования (СЦП), что кардинально увеличивает вычислительную сложность задачи оптимизации.

Это приводит к *NP*-трудной проблеме и требует решения множества вспомогательных задач линейного программирования (ЛП) для оценки подмножеств решений, что в худшем случае приводит к экспоненциальному росту вычислительных затрат с увеличением размера задачи. В отличие от задач ЛП, которые эффективно решаются даже для крупных размерностей, время решения СЦП-моделей для реалистичных сетей с десятками терминалов может стать запредельно большим, что практически исключает возможность реализации модели и делает процесс поиска решения нецелесообразным [11].

Это вынуждает на практике использовать либо упрощенные линеаризованные приближения, либо эвристические алгоритмы для нахождения субоптимальных решений за приемлемое время.

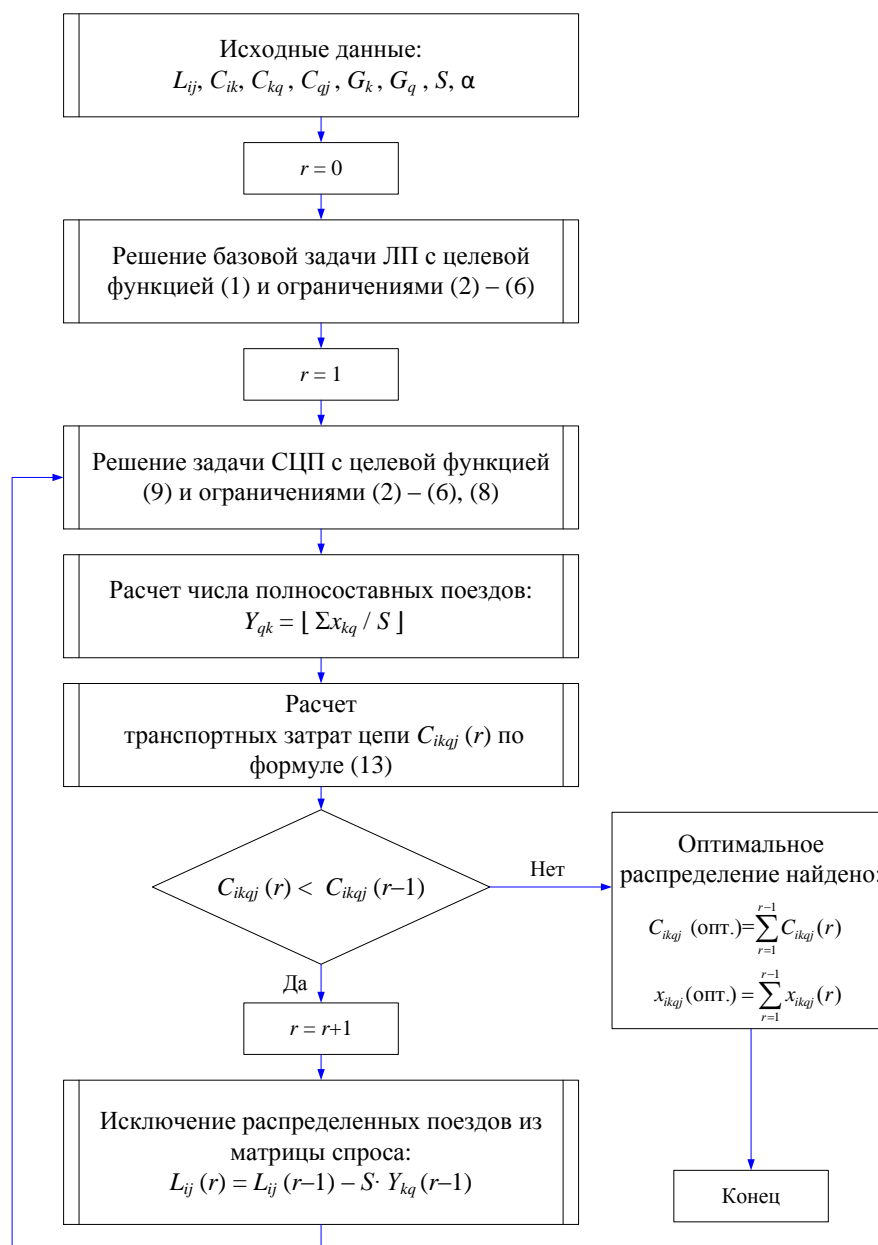
Для решения поставленной сложной задачи оптимизации предлагается итеративный алгоритм, представляющий собой компромисс между вычислительной точностью и практической реализуемостью. Блок-схема алгоритма показана на рисунке.

На первоначальном этапе алгоритм предполагает решение базовой задачи распределения потоков без учета требований маршрутной консолидации с использованием целевой функции (1), что позволяет получить исходное опорное решение и оценить базовые параметры системы.

На втором этапе осуществляется решение усложненной задачи маршрутной консолидации с применением целевой функции (9) и учетом ограничения (8). Хотя данная задача формально относится к классу смешанного целочисленного программирования (СЦП) и не является задачей линейного программирования, ее целевая функция сохраняет линейную структуру, а нелинейность проявляется исключительно в системе ограничений. Для решения подобных СЦП-задач на языке программирования Python могут быть использованы специализированные библиотеки оптимизации, такие как PuLP, Pyomo или OR-Tools, которые предоставляют встроенные функции для работы с целочисленными переменными и нелинейными ограничениями. Такая особенность существенно упрощает программную реализацию данной модели по сравнению с полной моделью (15) и позволяет находить удовлетворительное решение за приемлемое вычислительное время.

Результатом второго этапа становится получение матрицы распределения потоков x_{ikqj} , которая на третьем этапе подвергается комплексному анализу. На основе этой матрицы определяется количество полносоставных контейнерных поездов для каждого магистрального участка kq , вычисляется объем контейнеров, не включенных в маршрутные перевозки, а также производится корректировка транспортных затрат с применением коэффициента экономии α , действующего только для полносоставных поездов.

На каждом последующем шаге итерационного процесса из матрицы спроса L_{ij} последовательно исключаются уже распределенные полносоставные поезда размера S , после чего этапы 2 и 3 повторяются для перераспределения оставшихся объемов. Процесс продолжается до достижения условия сходимости, когда дальнейшие итерации не приводят к существенному снижению транспортных затрат. Финальное оптимальное распределение контейнеропотока представляет собой сумму матриц x_{ikqj} , полученных на всех итерациях алгоритма, начиная с этапа 2.



Итерационный алгоритм решения задачи оптимального распределения контейнеропотока в терминальной сети с учетом маршрутной консолидации

Программная реализация и апробация алгоритма на фактических данных является предметом дальнейших исследований авторов.

Выводы

Предложенная модификация модели распределения контейнеропотока с учетом маршрутной консолидации позволит:

- оптимально распределять контейнерные потоки между альтернативными маршрутами с учетом их загрузки в условиях организации регулярных контейнерных поездов;
- определять оптимальную специализацию терминалов, то есть выявлять, за какими контейнерными терминалами (k) целесообразно закрепить q направления для формирования полноразмерных маршрутов;
- принимать технологические решения, в том числе рассчитывать необходимое количество маршрутных (Y_{kq}) и сборных (h_{kq}) отправок для каждого корреспондирующего направления;
- оценить загрузку инфраструктуры: выявить «узкие места» сети – терминалы или участки пути, чья пропускная способность используется полностью и может лимитировать рост перевозок;
- проводить сценарный анализ: моделировать последствия изменения спроса, тарифов, ввода или вывода из эксплуатации контейнерных терминалов и площадок.

Список литературы

- 1 **Кузнецов, А. Л.** Дискретно-событийное моделирование грузовых фронтов контейнерного терминала / А. Л. Кузнецов, А. В. Галин, Г. Б. Попов // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. – 2023. – Т. 15, № 4. – С. 589–602. – ISSN 2309-5180.
- 2 **Король, Р. Г.** Моделирование пропускной способности пограничных переходов транспортного коридора «Приморье-1» в условиях увеличения грузопотока / Р. Г. Король, А. С. Акельев // Известия Транссиба. – 2023. – № 2 (54). – С. 97–106. – ISSN 2220-424.
- 3 **Радочинская, А. Ж.** Моделирование процесса обработки импортного грузопотока на контейнерном терминале в среде MATLAB / А. Ж. Радочинская, А. А. Янченко, Т. Е. Маликова // Аэрокосмическое приборостроение и эксплуатационные технологии : сборник докладов Второй Международной научной конференции, Санкт-Петербург, 14–22 апреля 2021 года. – Санкт-Петербург : Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, 2021. – С. 144–149. – ISBN 978-5-8088-1554-4.
- 4 **Москвичев, О. В.** Методологические основы размещения транспортных объектов на основе методов кластерного анализа / О. В. Москвичев // Вестник транспорта Поволжья. – 2017. – № 2 (62). – С. 74–81. – ISSN 1997-0722.
- 5 **Роменский, Д. Ю.** Критерии выбора железнодорожных станций для размещения грузовых терминалов по обработке контейнерных поездов «Холодный экспресс» / Д. Ю. Роменский // Вестник Научно-исследовательского института железнодорожного транспорта (VESTNIK VNIIZhT). – 2021. – Т. 80, № 2. – С. 100–107. – ISSN 2223-9731.
- 6 **Альметова, З. В.** Оптимизация параметров транзитных терминалов / З. В. Альметова // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 1. – С. 240. – ISSN 2070-7428.
- 7 **Голомолзин, В. Г.** Характеристика и роль терминальной сети транспортного узла в организации контейнерных поездов / В. Г. Голомолзин, О. Д. Покровская // Железнодорожный транспорт. – 2021. – № 2. – С. 16–21. – ISSN 0044-4448.
- 8 **Кочнева, Д. И.** Интегрированное управление контейнерной транспортной системой региона / Д. И. Кочнева, В. М. Сай // Экономика региона. – 2021. – Т. 17, № 4. – С. 1270–1285. – ISSN 2072-6414.

References

- 1 **Kuznetsov, A. L.** Discrete-event modeling of cargo fronts of a container terminal / A. L. Kuznetsov, A. V. Galin, G. B. Popov // Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova. – 2023. – Vol. 15, No. 4. – P. 589–602. – ISSN 2309-5180.
- 2 **Korol, R. G.** Modeling the capacity of border crossings of the Primorye-1 transport corridor under conditions of increasing freight traffic / R. G. Korol, A. S. Akelyev // Izvestiya Transsiba. – 2023. – No. 2 (54). – P. 97–106. – ISSN 2220-424.
- 3 **Radochinskaya, A. Zh.** Modeling the process of handling import cargo flow at a container terminal in the MATLAB environment / A. Zh. Radochinskaya, A. A. Yanchenko, T. E. Malikova // Aerospace instrument-making and operational technologies : collection of reports of the Second International Scientific Conference, Saint Petersburg, April 14–22, 2021. – Saint Petersburg : Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, 2021. – P. 144–149. – ISBN 978-5-8088-1554-4.
- 4 **Moskvichev, O. V.** Methodological foundations for the placement of transport facilities based on cluster analysis methods / O. V. Moskvichev // Vestnik transporta Povolzhya. – 2017. – No. 2 (62). – P. 74–81. – ISSN 1997-0722.
- 5 **Romensky, D. Yu.** Criteria for selecting railway stations for the placement of freight terminals for handling "Cold Express" container trains / D. Yu. Romensky // The Russian Railway Science Journal (Vestnik VNIIZhT). – 2021. – Vol. 80, No. 2. – P. 100–107. – ISSN 2223-9731.
- 6 **Almetova, Z. V.** Optimization of transit terminal parameters / Z. V. Almetova // Modern Problems of Science and Education. – 2014. – No. 1. – P. 240. – ISSN 2070-7428.
- 7 **Golomolzin, V. G.** Characteristics and role of the terminal network of a transport hub in the organization of container trains / V. G. Golomolzin, O. D. Pokrovskaya // Railway Transport (Zheleznodorozhny transport). – 2021. – No. 2. – P. 16–21. – ISSN 0044-4448.
- 8 **Kochneva, D. I.** Integrated management of the regional container transport system / D. I. Kochneva, V. M. Sai // Economy of regions. – 2021. – Vol. 17, No. 4. – P. 1270–1285. – ISSN 2072-6414.

9 **Кочнева, Д. И.** Формирование оптимальных логистических цепей в системе терминальных контейнерных перевозок / Д. И. Кочнева, А. В. Сметанина // Транспорт Урала. – 2025. – № 1 (84). – С. 66–71. – DOI 10.20291/1815-9400-2025-1-66-71.

10 **Кочнева, Д. И.** Методика оптимального размещения контейнеров в поездах при наличии грузовых операций в пути следования / Д. И. Кочнева, С. В. Сизый, Х. Чан // Мир транспорта. – 2021. – Т. 19, № 1 (92). – С. 174–193. – DOI 10.30932/1992-3252-2021-19-1-174-193.

11 **Тихонов, А. Н.** Нелинейные некорректные задачи : учебник / А. Н. Тихонов, А. С. Леонов, А. Г. Ягола. – Москва : КУРС, 2017. – 400 с. – ISBN 978-5-906923-36-3.

9 **Kochneva, D. I.** Formation of optimal logistics chains in the system of terminal container transportation / D. I. Kochneva, A. V. Smetanina // Transport of the Urals. – 2025. – No. 1 (84). – P. 66–71. – DOI 10.20291/1815-9400-2025-1-66-71.

10 **Kochneva, D. I.** Methodology for optimal placement of containers in trains in the presence of cargo operations en route / D. I. Kochneva, S. V. Siziy, H. Chan // World of Transport and Transportation. – 2021. – Vol. 19, No. 1 (92). – P. 174–193. – DOI 10.30932/1992-3252-2021-19-1-174-193.

11 **Tikhonov, A. N.** Nonlinear ill-posed problems : textbook / A. N. Tikhonov, A. S. Leonov, A. G. Yagola. – Moscow : KURS, 2017. – 400 p. – ISBN 978-5-906923-36-3.

D. I. Kochneva, A. V. Smetanina

OPTIMIZATION MODEL FOR CONTAINER FLOW DISTRIBUTION IN A TERMINAL NETWORK CONSIDERING ROUTE CONSOLIDATION

Abstract. The article extends the authors' previous research, focusing on optimizing container flow distribution in a railway terminal network while accounting for the routing of consolidated container trains. An existing linear programming model is modified by incorporating economies of scale in train formation, transforming it into a mixed integer programming problem and significantly increasing computational complexity. To solve this NP-hard problem, a practical iterative algorithm is proposed as a compromise between accuracy and feasibility. The model enables the determination of optimal routes, terminal specialization, and transportation volumes, as well as scenario analysis to improve the efficiency of the container transportation system.

Keywords: container transportation, mathematical model, flow optimization, terminal network, train routing, mixed-integer programming, iterative algorithm, logistics chain, railway transport.

For citation: Kochneva, D. I. Optimization model for container flow distribution in a terminal network considering route consolidation / D. I. Kochneva, A. V. Smetanina // Vestnik Rostovskogo Gosudarstvennogo Universiteta Putej Soobshcheniya // Vestnik Rostovskogo Gosudarstvennogo Universiteta Putej Soobshcheniya. – 2025. – No. 3. – P. 138–144. – DOI 10.46973/0201-727X_2025_3_138.

Сведения об авторах

Кочнева Дарья Ивановна

Уральский государственный университет путей сообщения (УрГУПС), кафедра «Мировая экономика и логистика», кандидат технических наук, доцент, e-mail: DKochneva@usurt.ru

Сметанина Анна Викторовна

Уральский государственный университет путей сообщения (УрГУПС), кафедра «Мировая экономика и логистика», старший преподаватель, e-mail: avkondrateva@usurt.ru

Information about the authors

Kochneva Daria Ivanovna

Ural State University of Railway Transport (USURT), Chair “World Economy and Logistics”, Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor, e-mail: DKochneva@usurt.ru

Smetanina Anna Viktorovna

Ural State University of Railway Transport (USURT), Chair “World Economy and Logistics”, Senior Lecturer, e-mail: avkondrateva@usurt.ru